

- 最終的に、一般媒質における電磁界と波源の関係を表す電磁界方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

で与えられる

- これを **<微分形のマックスウェルの方程式>** と呼んでいる
- 電磁界はこれらの方程式により支配される
- 第3式と4式は1式の発散を取り、連続の式を利用すると誘導できる
- 第1式と2式は全ての電磁界の成分そして波源が同時に満足すべき方程式である
- 一方、この微分形と対をなす **<積分形のマックスウェルの方程式>** は、 C を任意の面 S で作られる周縁とすると

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS, \quad \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot \mathbf{n} dS$$

で表される

- 既に見たように、第1番目の関係式はファラデー電磁誘導、そして2番目は一般化されたアンペアを示している
- 因みに、微分形発散の式に発散の定理を適用すると、次の式が得られる：

$$\int_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \rho dV = Q, \quad \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

☞ 磁荷は無いので磁流表記は不要であるが …

- さて、上記磁束密度に関する発散の式は磁荷とこれに対応する磁流は存在しないことを示している
- しかし、このような磁荷および磁流の仮想的な量を導入しておく、物理現象とそれに伴う表示式の数学的対称性から特に回折および散乱理論では便利になることが多い
- これは既に導入している磁気ダイポール密度に相当する
- 電流が導体板に流れる物理量とすると、磁流は導体板に設けられた開口に流れる量に相当する
- 今、磁荷分布 ρ_m と磁流密度分布 \mathbf{M} を考慮すると、マクスウェルの方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_m$$

と表すことができ、電界と磁界に対する2つの方程式の対称性を保持したまま表示できる

- このときの連続の式の微分形は次のような表示で与えられる：

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{M} + \frac{\partial \rho_m}{\partial t} = 0$$

☞ 電磁波のサイクルが正弦波状であれば、すっきり …

- 電磁波の時間的変化が調和関数で表される場合を考える
- 通常の場合では、この調和振動で電磁波を扱えば十分であり、全ての界と波源分布 $\mathbf{J}, \mathbf{M}, \rho, \rho_m$ は共通の時間因子に依存する
- 任意の電磁界と波源は調和成分に分解できるので、調和振動を仮定しても結果の一般性を大きく損なうことはない

- ・時間依存性を $e^{j\omega t}$ (ω :角周波数)、 ε, μ は前述のように各々媒質の誘電率と透磁率である
- ・そして、媒質が線形で等方、均質で非分散性の場合、磁流 \mathbf{M} を考慮したマクスウェルの方程式は次のような **<時間調和形(Time Harmonics)>** で表される：

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} - \mathbf{M}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E} = j\omega\varepsilon\mathbf{E} + \mathbf{J}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{\rho_m}{\mu}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + j\omega\rho = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{M} + j\omega\rho_m = 0$$

- ・このとき電界と磁界が満足すべき方程式として、上の回転の式にさらに回転を施し、発散の式を代入すると空間座標に対する **<ベクトル波動方程式>** が得られる：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{J} - \nabla \times \mathbf{M}, \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{H} - k^2 \mathbf{H} = -j\omega\varepsilon\mathbf{M} + \nabla \times \mathbf{J}$$

- ・ここで、

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$$

であり、定数 k は媒質の波長定数である

- ・無損失媒質内で、波数は実数になり波長 λ との関係は、

$$k = 2\pi/\lambda$$

となる、これを通常、**<波数(wave-number)>** と呼んでおり、周波数、材料定数などの情報をもつ重要なパラメータである

- ・ ε が複素数であるとき(損失があるとき)、伝播速度 $v = (\varepsilon\mu)^{-1/2}$ および伝播定数は何れも複素数となる、損失媒質内を伝播する波動の減衰は伝播定数の実数に直接関係している

☞ ヘルムホルツの方程式も …

• ベクトル恒等式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{N} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{N}) - \nabla^2 \mathbf{N}$$

をベクトル波動方程式に適用すると、**<ベクトル形ヘルムホルツ方程式(Helmholtz)>**

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = j\omega\mu \mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\nabla \rho}{\varepsilon} = j\omega\mu \mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M} - \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \nabla \cdot \mathbf{J}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = j\omega\varepsilon \mathbf{M} - \nabla \times \mathbf{J} + \frac{\nabla \rho_m}{\mu} = j\omega\varepsilon \mathbf{M} - \nabla \times \mathbf{J} - \frac{1}{j\omega\mu} \nabla \nabla \cdot \mathbf{M}$$

が得られる

• \mathbf{E} あるいは \mathbf{H} が直角座標成分の場合、上式の微分演算子 ∇^2 はスカラーの **<ラプラシアン(Laplacian)>** になる

- しかし、一般の曲線座標に対しては、 $\nabla^2 \mathbf{N} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{N}) - \nabla \times \nabla \times \mathbf{N}$ から計算する必要がある
- 波源が存在しない媒質では同次方程式

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0$$

となり、直角座標成分 E_x, E_y, \dots, H_z は次のスカラーのヘルムホルツ方程式を満足する：

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0$$

- 波動方程式を満足する1組の電磁界 \mathbf{E}, \mathbf{H} はそれらが同時にマクスウェルの方程式を満足する場合のみ、電磁界として構成される
- また、領域の境界近傍での電磁界は **<境界条件(Boundary Condition)>** に従う必要がある この境界条件に関しては別途の機会に譲るとしよう(参考文献[8,9]に詳しい)

C1. 電磁界基本式の流れ

- ・クーロンの法則から始まり、長い時間をかけて築きあげた電磁界理論の歴史です 今ある電気系はこれらを土台にしています
- ・その時々必要性に迫られて、微積分解析、線形ベクトル、行列等の数学もともに発展してきました

C2. マックスウェルの方程式

- ・それまでの実験式、理論式を統括し、新しく変位電流を取り入れた優れた方程式です
- ・これから波動方程式が誘導され、電磁波の存在が予測されました 後年の相対性理論、量子力学に多大な影響を与えたようです

C3. 正弦波振動の解

- ・電界と磁界が交互に振動し、直交する方向に波動は伝播します
- ・媒体は空気、真空が代表的であり、媒質が一樣のとき波動は直進しますが、途中で物体があると反射、回折等が生じます
- ・1対多数、遠方通信のメディアとして、唯一の媒体、この電波の出し口、入り口としてのデバイスをアンテナ(空中線)といいます

C4. 平面電磁波：自由空間/斜め入射

- ・波動方程式の最もシンプルな解は平面波です
- ・これは3次元空間では仮想的な波動となりますが、局所的な有限空間では平面波で十分な結果が得られることが分かっています

C5. マックスウェル方程式による電波伝搬の説明

- ・電磁波の時間的変化は回転の意味から把握できます
- ・イラストではマックスウェルの方程式からの直接の説明を試みしていますが、イラストC3にある正弦波の時間変化から当然の帰結となります

C6. 完全導体の境界条件

- ・完全導体に電磁波が照射した場合を考えています
- ・このとき、導体内部には電磁界は発生できませんので、(境界条件を満足させるため)導体表面に電流が流れます
- ・閉回路ループでの磁界により電流が流れるアンペアの法則の平面導体版とみなすことができます

C7. 散乱のメカニズム

- ・孤立した有限導体に電磁波が照射すると、様々な波動が発生します
- ・よく知られた反射波と透過波、この他に回折波、表面波、クリーピング波などです 各々速度などが異なる可能性もあります

C8. 高周波散乱は局所的な波動現象

- ・電磁波波長が対象物より十分小さい高周波での反射、透過、回折等は観測点で決まる反射点近傍で局所的な振舞いを呈します
- ・観測点では、これら局所的な波動が全て入力されることとなります
- ・高周波解法である幾何光学等はこのように波動の寄せ集めで評価しますが、FDTDなどの低周波解法では対象物全体で解析します

C9. 放射・散乱の代表的な解法

- ・電磁波散乱に関する学術的成果は、長い時間を要して今に至ります
- ・対象物を細かくメッシュ化し、その各々に境界条件を施した行列演算による低周波数値解法が2000年前後から提案されています
- ・近年のコンピュータ能力の飛躍的向上を背景に、システム化した電磁界シミュレータが多く市販されている状況となっています

C1. 電磁界基本式の流れ

静電界

定常磁界

Coulomb の法則

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{i}_r$$

遠隔作用の表現

Biot/Savart の法則

$$\mathbf{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \int_{C_1} \int_{C_2} \frac{d\mathbf{l}_1 \times d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{i}_r}{r^2}$$

電界の導入

$$\mathbf{F} = q_1 \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r^2} \mathbf{i}_r$$

近接作用の表現

磁束密度の導入

$$\mathbf{F} = \int_{C_1} \int_{C_2} I_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{i}_r}{r^2}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{q}{r^2} \mathbf{i}_r dV$$

連続に分布している
源の表現

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{i}_r}{r^2} dV$$

電界の基本式

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0$$

ベクトル場の唯一性

$\nabla \cdot \mathbf{V}$ と $\nabla \times \mathbf{V}$ が決まれば、ベクトル \mathbf{V} は唯一に定まる

磁界の基本式

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

準定常界

準定常界の基本式

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Faradayの電磁誘導の法則

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \rightarrow \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

動電磁界

時間的に変動している電磁界
-- Maxwellの方程式 --

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

Ampèreの法則に変位電流を導入

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \rightarrow \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

マックスウェルはファラディが考えた力線を数学的に表現することを試み、電磁気学を場の物理学として構築することを考えた

- ・ファラディの電磁誘導則

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad \int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S (\partial \mathbf{B} / \partial t) \cdot d\mathbf{s}$$

- ・拡張されたアンペアによる電流の磁気作用を与える式

$$\nabla \times \mathbf{H} = \partial \mathbf{D} / \partial t + \mathbf{J}, \quad \int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\partial \mathbf{D} / \partial t + \mathbf{J}) \cdot \mathbf{n} ds$$

- ・ $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ は各々磁束密度と電気変位を表すベクトル、 \mathbf{E} と \mathbf{H} は各々電界、磁界の強さを表すベクトルである
- ・ \mathbf{J} は伝導電流を表しており、電気変位ベクトルの時間変化、つまり変位電流は通常によく知られた(導)電流と同じ次元である
- ・ $1/\sqrt{\epsilon\mu} = v$ は電磁波の速度を表す定数であり、自由空間では光の速度 c に等しい
- ・自由空間以外の媒質では、例えば誘電体の中での速度は媒質の電気定数に応じて光速より遅くなる



James Clerk Maxwell,
1831-1879, 英

- 今まで展開してきたマックスウェルの式は、空間時間の4次元非同時微分方程式
- このままでは数式が非常に難解になって、限られた問題しか解けない
- そこで、電波の時間依存が三角関数的に振動していると仮定し、表示式を簡単にすることを考える
- これから波動方程式も比較敵容易に誘導できる
- 時間因子が $\exp(j\omega t)$ のとき、微分演算は $\partial/\partial t \rightarrow j\omega$ で置き換えられる

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}$$

- 考えている媒質が線形で均一のとき $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ 、数学的な対称性のため磁流 \mathbf{M} を導入すると、次の <Maxwellの式> が得られる

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu \mathbf{H} - \mathbf{M}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon \mathbf{E} + \mathbf{J}$$

- 直角座標で磁界 \mathbf{H} を消去すると、次の波動方程式が得られる

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \overbrace{k^2}^{j\omega\mu} \mathbf{E} = \mathbf{J}, \quad k = \omega \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

- 自由空間の場合、位相速度 $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ は光速に等しい
- 波源のない場合は、 $\mathbf{J} = \mathbf{0}$ となる

- ・波動方程式の最も簡単な解は正弦波である
- ・時間経過とともに波動 $u(t)$ の振幅 $A(t)$ が正弦波的に変化する波動は $A(t) \cos(at)$ と表せる
- ・通常、定数 a は角周波数 ω に等しく、基準面である位相を考慮して：

$$u(t) = A(t) \cos(\omega t + \phi)$$

- ・時間とともに、注目している波動のある位置ベクトル \mathbf{r} は正弦波状に振動しているので、上記を一般化すると：

$$u(t, \mathbf{r}) = A(t, \mathbf{r}) \cos(\omega t + k |\mathbf{r}| + \phi)$$

- ・さらに指数関数を使うと：

$$u(t, \mathbf{r}) = A(t, \mathbf{r}) \exp\{j(\omega t + k |\mathbf{r}| + \phi)\}$$

時間軸：信号処理向け



空間軸：アンテナ・伝搬向け

- ・空間座標での変化をみる場合には、時間を $t = 0, \phi = 0$ として簡単化できる：

$$u(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp(jk |\mathbf{r}|)$$

- ・定数 k は波数(wave-number)といい、座標 \mathbf{r} を位相に変換する係数となる
- ・つまり、1波長 λ の位相は 2π であるので、 $k = 2\pi/\lambda$ と定義すると、 $k|\mathbf{r}| = 2\pi/\lambda \cdot |\mathbf{r}|$ は位置 $|\mathbf{r}|$ での位相を表すことになる
- ・振幅 $A(t)$ はその形で、平面波、円筒波、球面波などに表現する

C4. 平面電磁波：自由空間 (1/4)

- ・直角座標系を考え、 z -軸に対して、垂直に平面電磁波が入射した場合と斜め方向に入射した場合の伝搬する平面電磁波の表現方法を調べる
- ・調和的な波動を表す関数は一般に振幅と位相関数を独立にして

$$u(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(-jks(\mathbf{r}))$$

で与えられる

$A(\mathbf{r})$: 振幅

$s(\mathbf{r})$: 位相を与える位置関数

k : 波数(wave-number)といい、距離を位相に変換する係数

1波長 λ の位相は 2π であるので、 $k = 2\pi/\lambda$ と定義すると、

$kx = 2\pi x/\lambda$ は位置 x での位相を与える

\mathbf{r} : 座標を表す位置ベクトル

- ・一様な平面波はその等位相面と等振幅面が平面であると定義される
- ・従って、この平面を z -軸に垂直な $x-y$ 平面であるとする、波動関数は x, y に関して一定となる
- ・この結果、Maxwellの方程式での微分演算子 $\partial/\partial x, \partial/\partial y$ に関する項は 0 で置き換えることができる 従って、ファラデーの式とアンペアは、

C4. 平面電磁波：自由空間 (2/4)

- 直角座標における電磁誘導の式 ($\mathbf{i}_{x,y,z}$ は単位ベクトル)

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \mathbf{i}_x & \mathbf{i}_y & \mathbf{i}_z \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -\frac{\partial E_y}{\partial z} \mathbf{i}_x - \frac{\partial E_x}{\partial z} \mathbf{i}_y = -j\omega\mu(H_x \mathbf{i}_x + H_y \mathbf{i}_y + H_z \mathbf{i}_z)$$

- Maxwellの方程式のもう一つのAmpereの式 $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E}$ から同様の関係式が得られる
- 二つのベクトル式の各成分を等しいとおくと次式が得られる：

$$\begin{aligned} \frac{dE_y}{dz} = j\omega\mu H_x, & \quad \frac{dE_x}{dz} = -j\omega\mu H_y, & \quad H_z = 0 \\ \frac{dH_x}{dz} = j\omega\varepsilon E_y, & \quad \frac{dH_y}{dz} = -j\omega\varepsilon E_x, & \quad E_z = 0 \end{aligned}$$

- これより、平面波は進行方向である電磁界成分 E_z と H_z が 0 となること、そして残りの4個の微分方程式から (E_x, H_y) , (E_y, H_x) の二つの独立した平面波が存在する
- この2対の式から磁界成分を消去すると、 E_x と E_y は同じ波動方程式

$$\frac{d^2 dE}{dz^2} + k^2 E = 0$$

に帰着する (E_x, H_y) , (E_y, H_x) が支配している方程式は、双対性より一方から他方に変換できるので、ここでは (E_y, H_x) について考える

C4. 平面電磁波：自由空間 (3/4)

- E_y の解は指数関数であることが予想できるので、

$$E_y = A \cdot \exp(-jkz) + B \cdot \exp(jkz) = E_y^+ + E_y^-$$

$$E_y^+ = A \cdot \exp(-jkz), \quad E_y^- = B \cdot \exp(jkz)$$

と仮定する

- 磁界成分は、次式のように計算される：

$$H_x = -YA \cdot \exp(-jkz) + YB \cdot \exp(jkz) = H_x^+ + H_x^-$$

$$Y = \sqrt{\varepsilon/\mu}$$

- 電界と磁界の各成分には、次式の関係がある：

$$H_x^+ = -YE_y^+, \quad H_x^- = YE_y^-$$

- 平面波動 (E_y^+, H_x^+) は z -軸の正の方向に進む波動である：

$$\exp(-jkz)$$

- 考えている領域に異種媒質の境界がある場合、境界に合わせた座標を取ればよい

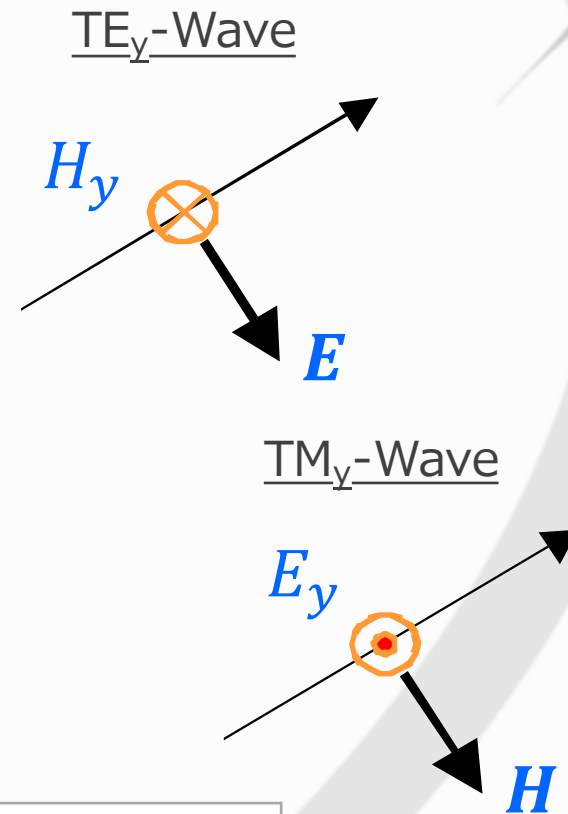
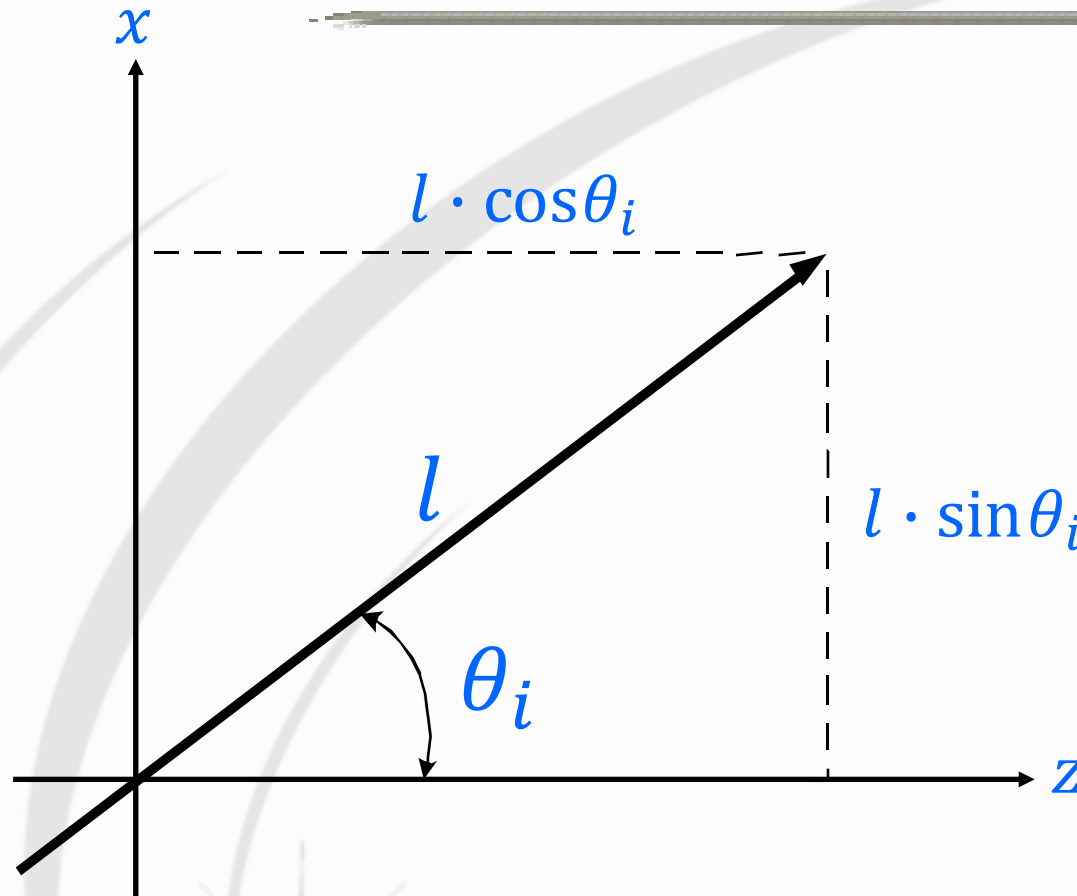
- 次に、 $x-z$ 平面内の z -軸と θ_i だけ傾いた方向に進む波について考える

- その方向に測った長さを l とすると平面波は $\exp(-jkl)$ と表されるので、 z -軸と θ_i の傾きを持つ平面波は

$$\exp(-jkl) = \exp(-jk(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i))$$

と表示できる

C4. 平面電磁波：斜め入射 (4/4)



- 電界と磁界は進行方向に垂直であるから、図に示すように2種類のモードが考えられる
- 一つは電界が $x-z$ 平面内に存在し、磁界が y 成分を持つTE_y波であり、もう一つは磁界が $x-z$ 平面にあって、電界 y 成分を持つTM_y波である
- TE, TM波というのは、Transverse Electrical/Magnetic Waveの略

• この二つの波動を使うと任意の方向を向いた波動を一意に表すことができます これを説明してください

C5. マクスウェル方程式による電波伝搬の説明

- 電磁波の時間的変化については回転の意味から把握できる、マクスウェルの方程式の第一式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

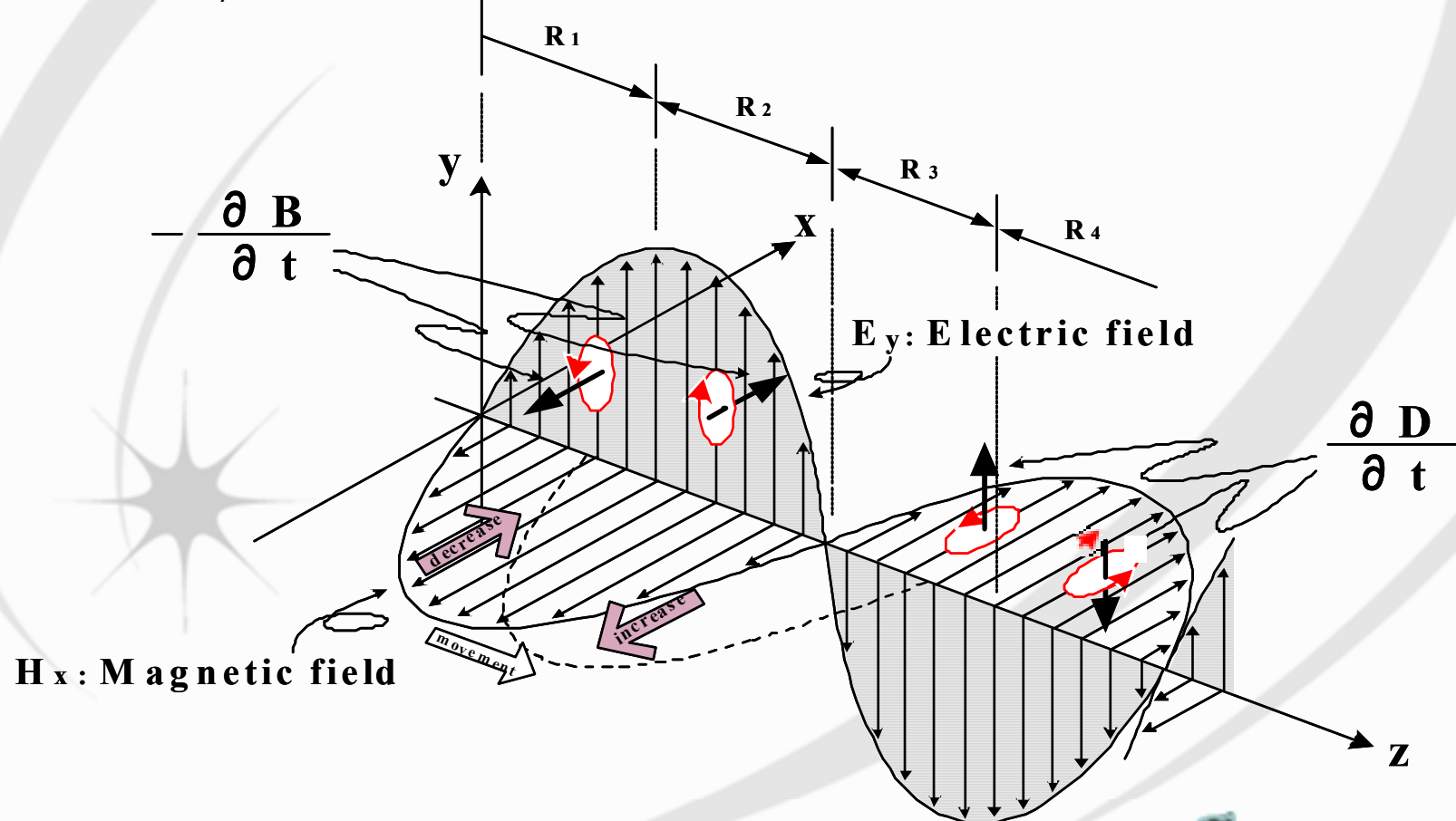
のもつ意味は、 $\nabla \times \mathbf{E}$ が増加すれば \mathbf{B} の時間変化は減少することである

- これを図で示せば、

電界 E_y の R_1 の領域： $-\partial \mathbf{B} / \partial t$ の向きは x の負の方向 ($\partial \mathbf{B} / \partial t$ は正の方向に向かっている)

電界が減少する R_2 ： $-\partial \mathbf{B} / \partial t$ の向きは x の正の方向 ($\partial \mathbf{B} / \partial t$ は負の方向となって増加)

- 電界からつくられる R_1, R_2 での磁界 H_x (磁束密度)は時間変化とともに、各々減少、増加となって伝搬する



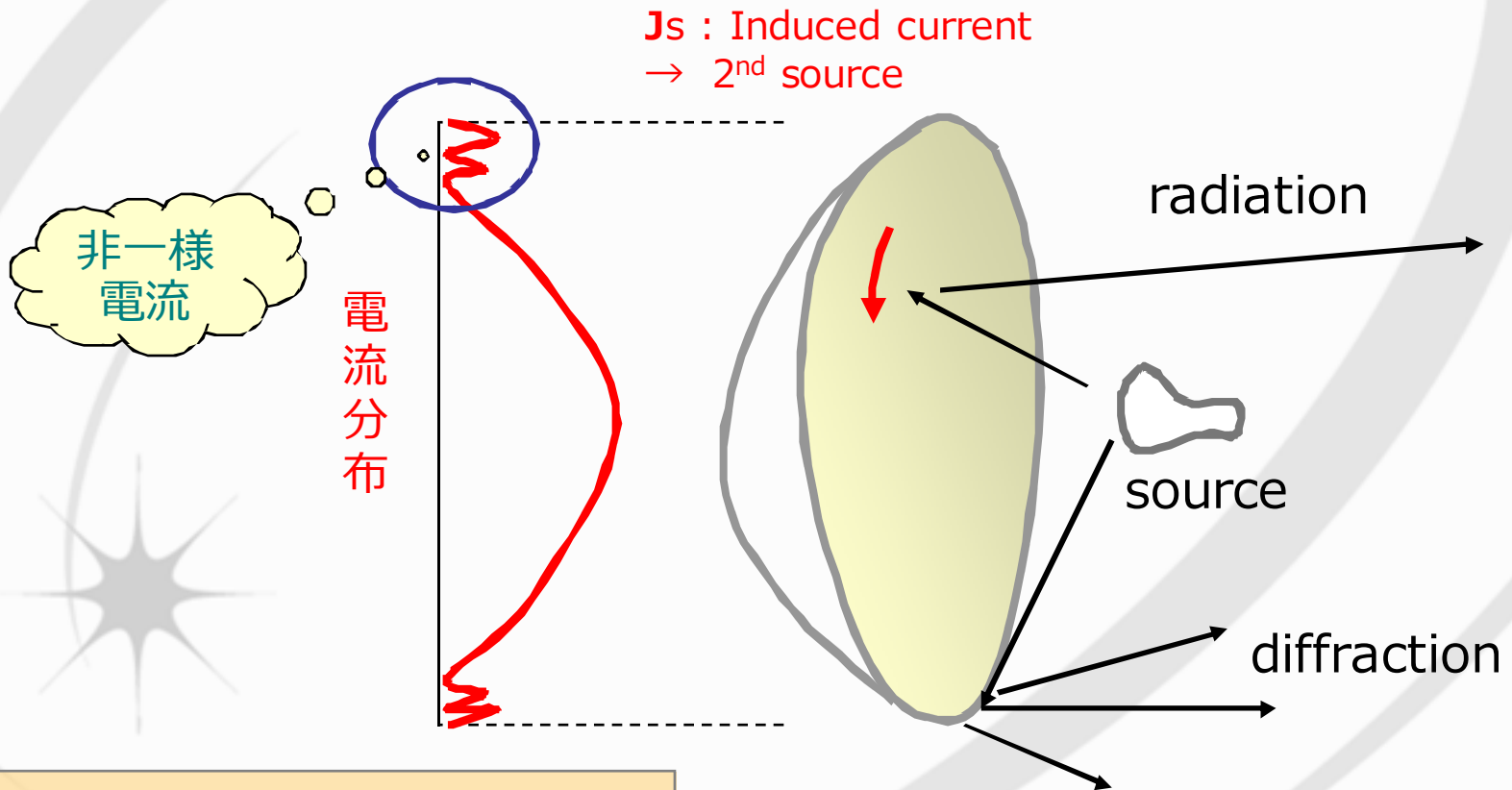
C6. 完全導体の境界条件

- ・導体に電波が照射したとき、完全導体の内部には電磁界は存在できないので、導体表面には

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_s$$

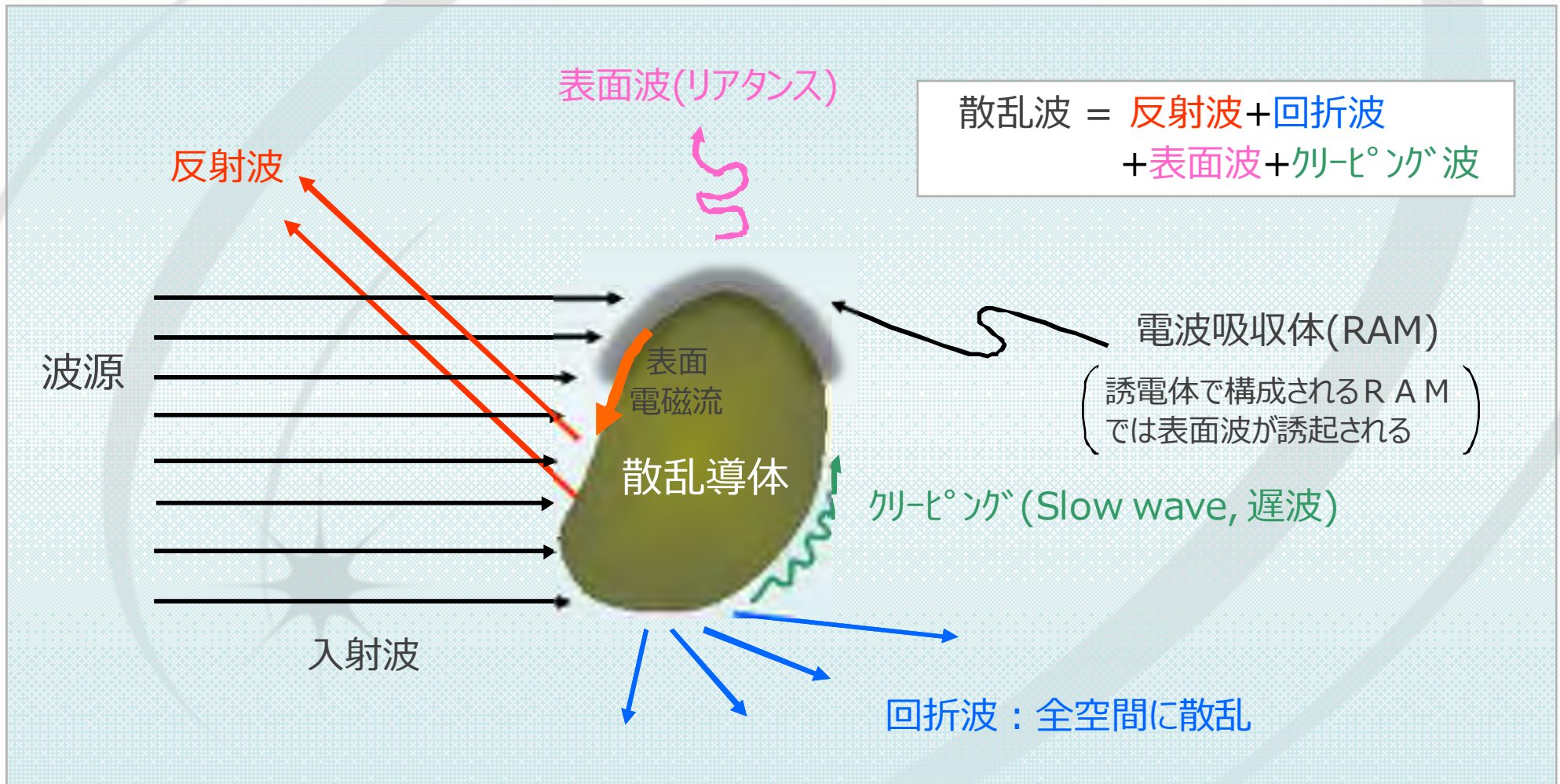
だけの電流が流れる

- ・この表面電流が2次波源となって、再び電波が放射/散乱する ← ホイヘンスの原理



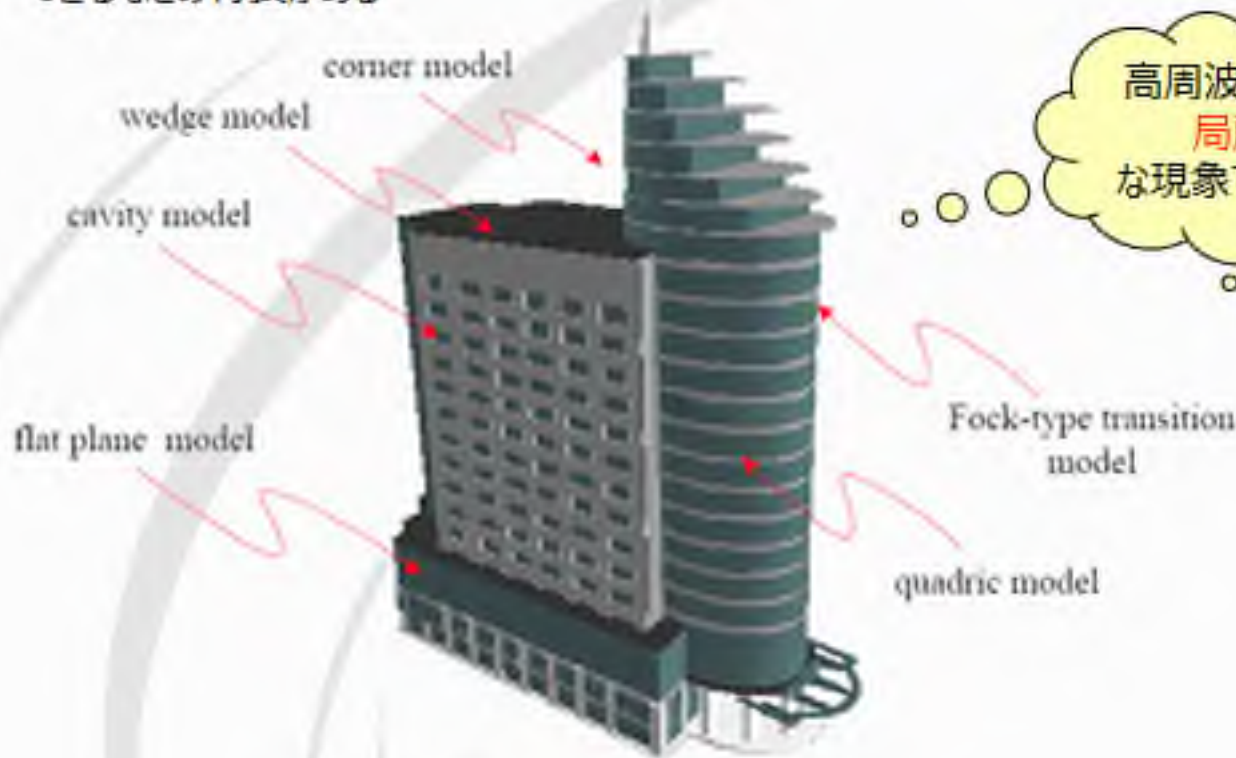
・ $\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$ は入射波だけの効果です、実際は反射波の寄与も考慮しなければなりません
このとき、金属表面に流れている高周波電流はどう表されますか

- ・散乱現象：物体に電波を照射したとき、物体上に電流が流れる
- ・この表面電流が2次波源となって、物体の周囲に電波が再放射(反射,回折)する ← ホイヘンスの原理



C8. 高周波散乱は局所的な波動現象

・高周波解法：電気長の大きな物体で生じた局所的な界の重ね合わせで計算、計算データを画像処理等に行うことができるなどの特長がある

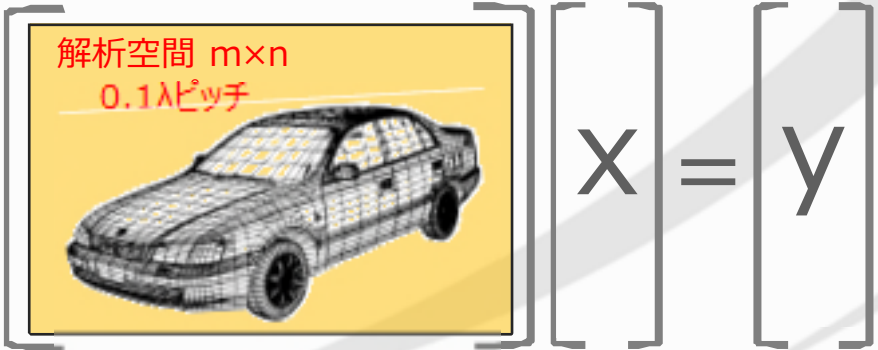


高周波散乱は局所的な現象である！

平板+楔+コーナレフ+空洞+多重散乱+インピーダンス+

・ターゲットサイズ L と波長：
 $L < \lambda$ - 全体の形状が散乱に関与
 $L > \lambda$ - 個々の形状の寄せ集めが散乱に関与

・行列演算解法：膨大な未知数の連立方程式となり、解析対象は電気長が小さい場合に制限 → 低周波解法



C9. 放射・散乱の代表的な解法

	名称区分	概要
解析的 厳密解		複素積分、級数展開法など境界値問題として数学的に解析 一般に簡単な形状に限定され、級数解は電気長が大きくなると収束性が劣化
低周波 解法 <10λ	モーメント法 (MOM) /境界要素法	境界上の積分方程式を有限個の未知数に対する1次方程式に還元して諸量を計算 領域全体に未知数をとる微分表現の手法に比べ、計算量が少なく済むが、未知量を表面などの境界上に限定するため、不均質媒体の扱いは不得手 近年、高速多重極法(FMM)に発展
	有限要素法 (FEM)	Maxwellの方程式から得られる微分方程式を微視的な振る舞いとして表現した変分原理を基本とする汎用性の高い数値解法であるが、結果にスプリアス解が発生したり、3次元無限空間での扱いや精度上細かい要素分割が必要となる
	FDTD	時間軸上の有限差分法であり、Maxwellの方程式を差分近似して方程式を直接離散化 問題の対象モデルを格子分割し、格子の中心に電界、各面の中央に磁界を置いて、差分方程式を展開する 時間計算が可能で行列も小規模で済むが、モーメント法と同様不均質媒体は不得手であり、曲面の計算に工夫が必要 なお、非線形素子にも適用可能であり、数値実験用として最適
高周波 解法 >5λ	幾何光学法 (GO)	Rayと呼ばれる光線で波動を取り扱う基本的かつ古典的な解法 光線追跡(レイトレース)法はこの範疇 物理的直観性に優れているが、影となる領域が扱えないなどの欠点を有する
	幾何光学的回折理論 (GTD, UTD, UAT)	幾何光学法のRayの概念を回折現象に拡張 汎用性の高い計算法と言われている 規範問題 (Canonical Problem)より得た回折係数を自在に扱うことにより、複雑な散乱計算をRayの処理だけで行うことが可能で、積分を解くなどの解析計算が不要 しかし、3次元散乱のコード化は意外に煩雑
	物理光学法 (PO)	Kirchhoff積分、或いはGreenの定理に於ける電磁流表示に対し、幾何光学で求めたものを用いて散乱・放射界を求める解法 面積分の計算が必要であるが、陰影境界近傍、Caustic近傍などでも対処可能であり、問題構成に柔軟に対応できる利点がある 誘電体装荷に対しても、表面インピーダンスで統一した計算が可能 大きな3次元の高周波問題では、最適な手法
	物理光学的回折理論 (PTD)	物理光学法の電磁流評価を改善するため、非一様なフリッジング電流を仮定して定式化する計算法 高精度で3次元インピーダンス面に応用できる利点がある

☞ 本小話では、以下の文献を参考にしています

- [1] J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, NY, 1941.
- [2] S. Silver, The Microwave Antennas Theory and Design, McGraw-Hill, NY, 1949.
- [3] R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill, NY, 1961.
- [4] M. Born, E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, NY, 1965.
- [5] A. Sommerfeld, Lectures on Theoretical Physics, vol.4 Optics, Academic Press, 1964.
- [6] 本郷廣平, 電磁波散乱理論, 東邦大学大学院セミナー資料, 1998年12月.
- [7] 本郷廣平, 電波工学の基礎, 実教出版, 1983年10月.
- [8] 小林弘一, 空間波動の工学理論, ISBN 978-4-9905821-0-4, 2011年12月.
- [9] 小林弘一, 電磁波の高周波基礎理論と応用, 大阪工業大学大学院講義資料, 第2版, 2015年3月
- [10] Hirokazu Kobayashi, "Horn Antenna" in "Analyzing the Physics of Radio Telescopes and Radio Astronomy," edited by Kim Ho Yeap, Kazuhiro Hirasawa, IGI Global, Jan. 2020.
- [11] Hirokazu Kobayashi, "Physical Optics" in "Analyzing the Physics of Radio Telescopes and Radio Astronomy," edited by Kim Ho Yeap, Kazuhiro Hirasawa, IGI Global, Jan. 2020.
- [12] Hirokazu Kobayashi, "Image-Based Near-Field to Far-Field Transformation" in "Microwave Engineering – Foundational Studies and Multifarious Applications," edited by Kim Ho Yeap, Intechopen, 2025.
- [13] Hirokazu Kobayashi, "Permittivity Measurement by Imaging Radar" in "Microwave Engineering – Foundational Studies and Multifarious Applications," edited by Kim Ho Yeap, Intechopen, 2025.
- [14] 小林弘一, "6.3 レーダ", 電子情報通信学会100年史 分筆, 2017年7月.
- [15] 小林弘一, etc., 多層誘電体平板による反射屈折理論と応用, 信学会 電磁界理論研究会, EMT2025-29, 2025年7月.

*[10-13] はインターネットウェブ ResearchGate HP からダウンロードできます

CLICK HERE

<https://www.researchgate.net/profile/Hirokazu-Kobayashi-2>

☞ 電磁波諸現象は、波源タイプと中途に存在する構造物等による境界条件の影響を考慮したマックスウェルの方程式で支配されます

- ・本冊子では波動理論の入り口であるマックスウェルの方程式を主眼に、電磁気を包含する電磁波に対する解析的なアプローチと周辺理論について解説しました
- ・この方程式は物理的にも数学的にも優れた方程式として知られています、そして、ここから導かれる数々の数学的展開に気後れするようなイメージを持つことも多いと思われます
- ・この方程式は実験式である電流の磁気作用と電磁法則をマックスウェルが定式化したものであり、光を含む電磁波関連の発展に大いに寄与したところは周知の事実です
- ・電磁波の散乱あるいは回折現象、これらの応用システムを検討するうえで、さらに電磁界シミュレータを利用する場合でも、電磁波理論の理解と知識は必要不可欠です
- ・これを機に再度の理解確認、あるいは興味を持った理解向上にトライしていただきたいと思います

*セミナー等のご要望があれば、その旨連絡願います

email: hirokazu.kobayashi.japan@gmail.com

*なお、本冊子掲載の人物写真はWikipedia等からの転載がありますので、了承願います

総合電子顧問、波動システム研究所代表 (本小話の執筆者) 小林 弘一